

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)**

**Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий**

Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

 Горбенко Е.Е.
« » 2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине**

Теория вероятностей и математическая статистика

**По направлению подготовки – 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)**

Профиль подготовки – Физика. Математика

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Курс – 3 курс (5 семестр)

Разработчик

Ст. преподаватель кафедры ВМ и МПМ,

Ефанина Юлия Викторовна

Заведующий кафедрой

высшей математики и методики

преподавания математики

 Кривко Я.П.

Протокол от «05» декабря 2023 г., № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цель и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. №125 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области(преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Основные понятия теории вероятностей. Основные теоремы теории вероятностей и следствия из них	ПК-1	Выполнение практических заданий, индивидуального задания, устный опрос
Повторные независимые испытания	ПК-1	Выполнение практических заданий, индивидуального задания, устный опрос
Дискретные случайные величины	ПК-1	Тест, выполнение индивидуального задания

Непрерывные случайные величины	ПК-1	Выполнение практических заданий, индивидуального задания, устный опрос
Обработка статистических данных. Статистические гипотезы	ПК-1	Выполнение практических заданий, индивидуального задания, устный опрос
Промежуточная аттестация	ПК-1	Зачет (устный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ПК-1	<p><i>Знает:</i> основные понятия теории вероятностей и математической статистики; необходимые для решения задач прикладного характера; основные понятия и теоремы теории вероятности; понятия случайной величины, её числовые характеристики; основные законы распределения случайной величины; основные понятия математической статистики;</p> <p><i>Умеет:</i> применять методы теории вероятностей и статистические методы для решения прикладных задач; формализовать явления и процессы со случайным исходом в виде вероятностных моделей; проводить анализ статистических данных и интерпретировать его результаты;</p> <p><i>Владеет навыками:</i> применения современного математического инструментария для решения прикладных задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития физических явлений и процессов; навыками постановки и формализации различных задач, требующих использования вероятностно-статистических моделей, оценивания моделей и их анализа.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Очная форма обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
оформление конспектов лекционных и практических занятий	5
работа на практических занятиях	35
выполнение индивидуального задания	30
экзамен	30
Итого:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все	

		предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые	

		практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	
--	--	--	--

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Индивидуальное задание:

1. Сколькими способами можно из одной пятидесятикопеечной монеты, шести десятикопеечных и восьми пятикопеечных монет набрать один рубль?
2. В магазин поступило 30 новых телевизоров, среди них 5 телевизоров имеют дефект. Какова вероятность того, купленный телевизор не имеет дефектов?
3. В партии 10 изделий, среди которых 3 бракованных. Наудачу выбирают 3 изделия. Найти вероятность, что одно из них бракованное.
4. В круг, радиуса 6 см вписан правильный треугольник. В круг бросили три точки. Найти вероятность того, все точки попали внутрь треугольника.
5. В группе студентов решают задачу. Известно, что 3 студента учатся на «отлично», 17 на «хорошо» и 5 на «удовлетворительно». Вероятность того, что задача будет решена отличником равна 0,65; хорошистом – 0,35; посредственным студентом – 0,13. а) Какая вероятность решения задачи? б) Студентом решена задача; найти вероятность того, что он учится на «удовлетворительно».
6. Банк имеет 6 отделений. С вероятностью 0,2 независимо от других каждое отделение может заказать на завтра крупную сумму денег. В конце рабочего дня один из вице-президентов банка знакомится с поступившими заявками. Какова вероятность того, что будет: а) хотя бы одна заявка; б) ровно 2 заявок; в) как минимум 4 заявок?

7. Задан закон распределения случайной величины X . Найти $M(X)$, $D(X)$, $M(5x+2)$, $D(5x+2)$. Составить функцию распределения $F(x)$, построить её график.

x	1	2	3	5
p	0,1	0,3	0,4	0,2

8. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Найти плотность вероятности $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 0,5(x^2 - x), & 1 < x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

9. За десять дней работы малое предприятие «Дюймовочка» получало дневную прибыль (в у.е.): 4, 5, 8, 5, 9, 3, 4, 3, 3, 3. Рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайной величины, найдите выборочное среднее и все меры колеблемости / вариации выборки. Является ли выборка однородной
10. Изучение роста десятилетних мальчиков одной московской школы на основе случайной выборки объемом 23 мальчика показало, что их средний рост по выборке составляет 118 см с выборочным средним квадратическим отклонением 6см. Найдите 98%-ный доверительный интервал для среднего квадратического отклонения, который характеризует рост всех десятилетних мальчиков московских школ.
11. Семь преподавателей школы проходят аттестацию по результатам теста и на основе оценки, поставленной им директором школы. Результаты их аттестации таковы:

Преподаватели	1	2	3	4	5	6	7
Результаты теста	7	2	5	4	3	8	9
Оценка директора	6	3	5	7	9	10	8

На основе рангового коэффициента Спирмена найдите тесноту связи между двумя показателями деятельности преподавателей, рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайных величин. Сделайте вывод. Приведите конкретные примеры, в одном из которых

коэффициент Спирмена был бы равен 1, а в другом примере он был бы равен 0.

Тестовое задание

1.	Вероятность события А при наступлении хотя бы одного события $H_i(i=1,2, \dots,n)$ из полной группы событий находится по формуле:												
а)	$P(A) = \sum_{i=1}^{\infty} H_i P(A)$	в)	$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i} (A)$										
б)	$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A)$	г)	$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) + P_{H_i} (A)$										
2.	Какова вероятность выпадения очка равного 3 при одном бросании игрального кубика?												
а)	1	в)	1/3										
б)	1/6	г)	2/3										
3.	Теорема $P(A) + P(B) = P(A + B)$ выполнима, если события												
а)	совместны	в)	несовместны										
б)	независимы	г)	зависимы										
4.	Если СВ в одном испытании имеет малую вероятность, а количество испытаний достаточно большое, то она распределена по												
а)	закону Гаусса (нормальному)	в)	равномерному закону										
б)	биномиальному закону	г)	показательному закону										
5.	Дана выборка объёма $n = 7$: 3, 5, − 2, 1, 0, 4, 3. Тогда мода выборки Mo и медиана выборки Me равны												
а)	$Mo = 3, Me = 1$	в)	$Mo = 3, Me = 3$										
б)	$Mo = 5, Me = 3$	г)	$Mo = 7, Me = 1$										
6.	Дано статистическое распределение выборки объёма $n = 10$: <table><tr><td>x_i</td><td>−1</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>n_i</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr></table> Найти среднее арифметическое выборки и дисперсию выборки.			x_i	−1	1	2	6	n_i	4	2	3	1
x_i	−1	1	2	6									
n_i	4	2	3	1									
7.	Случайная величина X интегральной функцией распределения $F(x)$: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \frac{x^2}{16} & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x > 4 \end{cases}$ Найти: 1) дифференциальную функцию распределения $f(x)$; 2) математическое ожидание $M(X)$; 3) дисперсию $D(X)$.												

Вопросы для устного контроля

1. Дайте определение понятия испытания, приведите примеры.
2. Дайте определение невозможного и достоверного события, случайного события.
3. Какие события называются совместными, несовместными?
4. Какие события называются равносильными?
5. Охарактеризуйте действия над событиями (произведение, сумма и разность)
6. Какие события называются противоположными?
7. Что такое полная группа событий?
8. Дайте классическое определение вероятности.
9. Дайте статистическое определение вероятности.
10. Дайте геометрическое определение вероятности.
11. Сформулируйте теоремы сложения №1, 2, 3,4
12. Дайте определение независимых событий.
13. Сформулируйте теоремы умножения № 1, 2, 3,4
14. В чем суть формул Байеса?
15. Что такое схема Бернулли?
16. В чем суть формулы Бернулли?
17. В чем состоят приближенные способы подсчета вероятностей в схеме Бернулли?
18. Что такое случайная величина? Какая случайная величина называется дискретной?
19. Что такое математическое ожидание?
20. Что такое дисперсия? Что она характеризует? Что такое среднее квадратичное отклонение и коэффициент вариации?
21. Что называется функцией распределения (интегральной функцией распределения)?
22. Какие случайные величины называются непрерывными?
23. Что такое плотность вероятности (дифференциальная функции распределения)?
24. По каким формулам находятся математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины? Непрерывной случайной величины?
25. Понятие о генеральной совокупности и выборке, проблема репрезентативности выборки.
26. Представление статистических данных. Статистические таблицы.
27. Дайте определение гистограммы и полигона частот.
28. Что такое размах вариации, среднее значение, мода и медиана для группированной и негруппированной выборки?
29. Дате определение дисперсии, среднего квадратичного отклонения.
30. В чем суть нормального распределения, что такое асимметрия и эксцесс?

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Вопросы к экзамену

1. Предмет и основные определения теории вероятностей.
2. Случайные события. Пространство элементарных событий
3. Полная группа несовместных событий, противоположные события, свойства их вероятностей.
4. Операции над событиями. Вероятность как мера возможности появления случайных событий.
5. Диаграммы Эйлера.
6. Комбинаторика: размещения, сочетания, перестановки. Размещения, сочетания и перестановки с повторениями. Примеры
7. Правила суммы и произведения в комбинаторике. Бином Ньютона.
8. Классическое определение вероятностей. Свойства вероятностей.
9. Статистическое определение вероятностей, геометрическое определение вероятности. Понятие аксиоматического определения вероятности.
10. Теоремы сложения вероятностей.
11. Условная вероятность событий. Произведение событий. Зависимые и независимые события
12. Теоремы умножения вероятностей.
13. Полная группа событий. Формула полной вероятности.
14. Формула полной вероятности. Формула Байеса
15. Повторные испытания. Схема Бернулли
16. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
17. Функция распределения случайной величины.
18. Математическое ожидание случайной величины. Его смысл и примеры. Свойства математического ожидания
19. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины. Их смысл и примеры вычисления. Формулы для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии
20. Законы распределения дискретной случайной величины.
21. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.
22. Формула Бернулли. Биномиальное распределение. Наивероятнейшее число появлений события.
23. Формула Пуассона. Закон распределения вероятностей редких событий.
24. Плотность распределения непрерывной случайной величины.
25. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
26. Основные законы распределения непрерывных случайных величин.
27. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, коэффициенты асимметрии и эксцесса.
28. Вариационный ряд. Полигон. Гистограмма

29. Числовые характеристики вариационного ряда.
30. Точечная оценка параметров распределения.
31. Понятие интервального оценивания параметров распределения.
32. Доверительная вероятность (надежность) оценки и предельная ошибка выборки.

Задания к диагностической работе

1. Что понимают под элементарными исходами (случаями, шансами)?
2. Сформулируйте классическое определение вероятности события.
3. Когда применяется классический способ задания вероятности?
4. Когда применяется геометрический способ задания вероятности?
5. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет хотя бы один раз.
6. Дайте определение суммы событий.
7. Дайте определение произведения событий.
8. Какие события называются независимыми?
9. Сформулируйте теорему сложения вероятностей.
10. Сформулируйте теорему умножения вероятностей.
11. Какие события называются единственно возможными?
12. Что называется статической вероятностью события?
13. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание двух монет; события A_1 – появление двух гербов, A_2 – появление герба и цифры?
14. У сборщика имеется 3 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик наудачу взял один, а затем другой валик. Найдите вероятность того, что второй валик конусный.
15. Являются ли равновозможными следующие события: опыт – бросание двух монет; события A_1 – появление двух гербов, A_2 – появление двух цифр?
16. Сколько различных трехзначных чисел можно составить с помощью цифр 3, 4 и 5, при условии, что цифры в записи числа не повторяются.
17. Шесть шаров случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число шаров, при условии, что все ящики не пустые.
18. В урне 5 белых и 6 красных шаров. Из урны наудачу вынимают 5 шаров. Найдите вероятность того, что среди них будут два белых шара.
19. Являются ли несовместными следующие события: опыт – извлечение двух карт из колоды; события A_1 – появление дамы, A_2 – появление туза?
20. Игральная кость подброшена дважды. Чему равна вероятность того, что сумма выпавших очков меньше трех?

21. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	1	2	4	6
p	0,2	0,1	0,4	0,3

Чему равна вероятность $P(1 < X \leq 4)$?

22. В среднем 80 % студентов группы сдают зачет с первого раза. Тогда чему равна вероятность того, что из 6 человек, сдававших зачет, с первого раза сдадут ровно 4 студента?

23. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	-1	0	1	2
p	0,3	0,2	A	0,1

Определите чему равно A.

24. Укажите формулу полной вероятности.
25. Дайте определение условной вероятности события.
26. Укажите формулу Байеса.
27. Запишите формулу Бернулли
28. Колода состоит из 36 карт. Игроку сдаются 2 карты. Чему равна вероятность того, что игроку достанутся две черви?
29. Дайте определение дискретной случайной величины.
30. Дайте определение непрерывной случайной величины.
31. Запишите формулу, по которой можно рассчитать дисперсию и случайной величины.
32. Запишите формулу, по которой можно рассчитать математическое ожидание дискретной случайной величины.
33. Перечислите основные числовые характеристики случайных величин.
34. Степень какой зависимости между случайными величинами характеризует коэффициент корреляции случайных величин?
35. Дайте определение статистической гипотезы.
36. Сформулируйте правило трех сигм.
37. В чемпионате принимают участие десять команд. В конце сезона две команды-аутсайдера выбывают, а остальные продолжают участие в новом сезоне. Определить число возможных вариантов остающихся команд.
38. В мастерской художника имеются пятнадцать картин – по пять разных жанров: портреты, натюрморты, пейзажи. Автору предложили представить девять работ на выставку, но так, чтобы на каждую тему было не менее двух работ. Определить число вариантов выбора картин.
39. Как называется ломаная, отрезки которой соединяют точки с координатами (x_i, n_i) , где x_i - значение вариационного ряда, n_i – частота.
40. Какими свойствами обладает уточненная выборочная дисперсия S^2 случайной величины X ?

41. Чему равна уточненная выборочная дисперсия S^2 по выборке объема $n=10$ получена выборочная дисперсия $D^*=90$?

42. Как меняется ширина доверительного интервала при увеличении объема выборки n и одном и том же уровне значимости α ?

43. Какие из этих распределений (распределение Стьюдента, распределение Фишера, нормальное распределение, распределение хи-квадрат) используются при проверке гипотезы о числовом значении математического ожидания при неизвестной дисперсии?

44. Что представляет собой критическая область в математической статистике?

45. На сборку поступило 35 конусных и 30 эллиптических валиков. Сборщик наудачу взял один валик, а затем, не возвращая его, второй. Какова вероятность того, что первый валик был конусным, а второй – эллиптическим?

46. Вероятность попадания в самолет при одном выстреле равна 0,008. Производятся 100 выстрелов. Определите вероятность двух попаданий.

47. Вероятность выиграть по одному билету денежно – вещевой лотереи равна 0,08. Какова вероятность того, что человек, купивший 5 билетов, выиграет хотя бы по одному?

48. Из 100 ламп 30 принадлежат первой партии, 70 ламп – второй партии. В первой партии 6 % бракованных ламп, во второй – 4 %. Наудачу выбирается одна лампа. Определите вероятность того, что выбранная лампа бракованная.

49. Найдите вероятность одновременной остановки 30 машин из 100 работающих, если вероятность остановки одной машины равна 0,2.

50. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули два шара. Найдите вероятность того, что хотя бы один из них белый.

51. В урне 5 белых и 6 красных шаров. Из урны наудачу вынимают 5 шаров. Найдите вероятность того, что среди них будут два белых шара.

52. Три стрелка независимо друг от друга производят по одному выстрелу по мишени с вероятностями попадания 0,4, 0,7, 0,9 соответственно. Определите вероятность хотя бы одного попадания.

53. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8, а разность – 4.

54. Болты изготавливают на трех станках, каждый из которых производит соответственно 20, 30, 50 % всего количества. В продукции каждого станка брак составляет соответственно 3, 2 и 1 %. Какова вероятность того, что случайно взятый болт окажется дефектным?

55. Найдите вероятность того, что при бросании двух игровых кубиков суммарное число выпавших очков больше 9.

56. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,4. Найдите вероятность хотя бы одного попадания в цель при шести выстрелах.

57. Вероятность попадания в цель равна 0,3. Сбрасываются одиночно 6 бомб. Найдите вероятность того, что в цель попадет 4 бомбы.

58. Какова вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков суммарное число очков на выпавших гранях будет не больше 6, а произведение числа очков при этом – нечетное число?

59. Что такое размах вариации для группированной и негруппированной выборки?

60. Что такое среднее значение для негруппированной выборки?

61. Что такое мода для группированной выборки?

62. Что такое медиана для группированной и негруппированной выборки?

63. Охарактеризуйте какие случайные величины называются непрерывными.

64. Перечислите основные законы распределения дискретной случайной величины.

65. Что такое плотность вероятности (дифференциальная функции распределения)?

66. Дать определение функции распределения случайной величины X .

67. В экзаменационном билете должно быть два вопроса, относящихся к трем разным разделам. Первый раздел включает три темы, второй и третий – две. Сколько вариантов составления билета может быть?

68. Как записывается формула Бернулли вероятности того, что событие A в n независимых испытаниях появится ровно n раз при условии, что вероятность появления события в каждом испытании постоянна и равна p ?

69. По какой формуле вычисляется наивероятнейшее число наступления события при повторных независимых испытаниях?

70. По какой формуле задаётся дискретная случайная величина, распределённая по закону Пуассона?